

Д. А. Тукмаков

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СВОЙСТВ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ НА ПАРАМЕТРЫ ОТРАЖЕНИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ОТ ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ В МОНО- И ПОЛИДИСПЕРСНОЙ ГАЗОВЗВЕСИ¹

Аннотация.

Актуальность и цели. Процессы, связанные с динамикой многофазных сред, встречаются как в естественной природе, так и в промышленных технологиях. Целью данной работы является исследование влияния параметров дисперсной компоненты на отражение ударной волны от твердой поверхности в моно- и полидисперсной запыленной среде.

Материалы и методы. Для описания динамики несущей среды применяется двумерная система уравнений Навье – Стокса, записанная с учетом межфазного силового взаимодействия и межфазного теплообмена. С целью описания динамики дисперсной фазы для каждой ее фракции решается система уравнений, включающая в себя уравнение неразрывности для «средней плотности» фракции, уравнения сохранения, пространственных составляющих импульса и уравнение сохранения тепловой энергии фракции газовзвеси.

Результаты. В работе численно моделировались ударно-волновые процессы в запыленных средах с однородным составом дисперсной фазы и в запыленных средах с дисперсной фазой частицы, которые отличались размерами и плотностью материала. Исследовались процессы движения и отражения ударных волн от твердой стенки в зависимости от параметров дисперсной фазы. Определены закономерности влияния размера частиц на интенсивность отраженной ударной волны в моно- и полидисперсной газовзвеси.

Выводы. Выявлено влияние физической плотности дисперсной фазы и размера частиц на характеристики отраженной от твердой поверхности ударной волны. Закономерности, выявленные для монодисперсной газовзвеси, были обобщены на случай запыленной среды, твердая фаза которой состоит из нескольких компонент с различными физическими свойствами дисперсных частиц.

Ключевые слова: многофазные среды, математическая модель, многофракционная смесь, межкомпонентное взаимодействие, ударные волны, уравнение Навье – Стокса, явная конечно-разностная схема.

D. A. Tukmakov

THE NUMERICAL STUDY OF THE EFFECT OF DISPERSED PHASE PROPERTIES ON THE PARAMETERS OF SHOCK WAVE REFLECTION FROM A SOLID SURFACE IN A MONO- AND POLYDISPERSE GAS SUSPENSION

¹ Часть работы, посвященная моделированию процессов в монодисперсной газовзвеси, выполнена в рамках гранта РФФИ № 19-01-00442, исследование отражения ударной волны в полидисперсной газовзвеси выполнено при финансовой поддержке гранта президента РФ (грант МК-297.2020.1).

© Тукмаков Д. А., 2020. Данная статья доступна по условиям всемирной лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), которая дает разрешение на неограниченное использование, копирование на любые носители при условии указания авторства, источника и ссылки на лицензию Creative Commons, а также изменений, если таковые имеют место.

Abstract.

Background. The processes associated with the dynamics of multiphase media are found both in natural nature and in industrial technologies. The aim of this work is to study the influence of the dispersed component parameters on the reflection of a shock wave from a solid surface in a mono- and polydisperse dusty medium.

Materials and methods. To describe the dynamics of the carrier medium, a two-dimensional system of Navier-Stokes equations is used, written with allowance for interphase force interaction and interphase heat transfer. To describe the dynamics of the dispersed phase, for each of its fractions, a system of equations is solved that includes the continuity equation for the “average density” of the fraction, the conservation equation for the spatial components of the momentum, and the conservation equation for the thermal energy of the gas suspension fraction.

Results. In this work, shock-wave processes in dusty media with a uniform composition of a dispersed phase and in dusty media with a dispersed phase are numerically modeled, the particles of which differed in the size and density of the material. The processes of motion and reflection of shock waves from a solid wall were studied depending on the parameters of the dispersed phase. The regularities of the effect of particle size on the intensity of the reflected shock wave in mono and polydisperse gas suspensions are determined.

Conclusions. The influence of the physical density of the dispersed phase and particle size on the characteristics of the shock wave reflected from the solid surface is revealed. The patterns revealed for a monodisperse gas suspension were generalized to the case of a dusty medium, the solid phase of which consists of several components with different physical properties of dispersed particles.

Keywords: multiphase media, mathematical modeling, multi-fraction mixture, inter-component interaction, shock waves, Navier-Stokes equation, explicit finite-difference scheme.

Введение

Многие природные явления и технические процессы связаны с движением сплошных сред, являющихся неоднородными по своим механическим и физико-химическим свойствам. В связи с этим одним из важных разделов механики жидкости и газа является динамика неоднородных сред [1–13]. Экспериментальное исследование динамических процессов в неоднородных средах в ряде случаев затруднено, в связи с чем существенное значение имеют вычислительные эксперименты [1–4]. В данной работе численно исследуется процесс отражения нелинейных волн от твердой поверхности на основе модели динамики многофазной среды, учитывающей наличие нескольких фракций дисперсной фазы, межфазное силовое и тепловое взаимодействие, а также вязкость, сжимаемость и теплопроводность несущей среды. Математическая модель газозвеси с полидисперсным составом твердой фазы учитывает различия в линейных размерах частиц фракций, различное объемное содержание фракций в общем объеме смеси, отличия физических свойств материалов, составляющих частицы фракций, а также различную начальную температуру фракций.

Методика

Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье – Стокса [14–16] для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена [12]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla(\rho_i \mathbf{V}_i) &= 0, \quad (i = 1, \dots, m), \\ \frac{\partial \rho_1 V_1^k}{\partial t} + \nabla^i (\rho_1 V_1^k V_1^i + \delta_{ik} p - \tau_{ik}) &= - \sum_{j=2}^m F_{jk} + \sum_{j=2}^m \alpha_j \nabla^k p \quad (i, k=1, 2), \\ \frac{\partial \rho_j V_j^k}{\partial t} + \nabla^i (\rho_j V_j^i V_j^k) &= F_{jk} - \alpha_j \nabla^k p \quad (j=2, \dots, m; i, k=1, 2), \\ \frac{\partial (e_1)}{\partial t} + \nabla^i (V_1^i (e_1 + p - \tau_{ii}) - V_1^k \tau_{ki} - \lambda \nabla^i T) &= \\ = - \sum_{j=2}^m Q_j - \sum_{j=2}^m |F_{jk}| (V_1^k - V_j^k) + \left(\sum_{j=2}^m \alpha_j \right) \nabla^k (p V_1^k) \quad (i, k=1, 2), \\ \frac{\partial (e_j)}{\partial t} + \nabla^k (e_j V_j^k) &= Q_j, \quad (j=2, \dots, m, k=1, 2), \quad \mathbf{V}_i = [u_i, v_i]. \end{aligned}$$

Тензор вязких напряжений несущей компоненты:

$$\begin{aligned} \tau_{11} &= \mu \left(2 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{22} = \mu \left(2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} - \frac{2}{3} D \right), \\ \tau_{12} = \tau_{21} &= \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right), \quad D = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2}. \end{aligned}$$

Сила межфазного взаимодействия включает в себя силу аэродинамического сопротивления, силу Архимеда и силу присоединенных масс [1]. Здесь p, ρ_1, u_1, v_1 – давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей x и y соответственно; T_1, e_1 – температура и полная энергия газа; $\rho_i, T_i, e_i, u_i, v_i$ – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости фракций дисперсной фазы; F_{jk} – составляющие вектора силового взаимодействия фракций дисперсной фазы и несущей среды, $k = 1, 2$; Q_j – тепловой поток между j -й фракцией дисперсной фазы и несущей средой, $j=2, \dots, m$, [1, 2].

Система уравнений решалась с помощью явного конечно-разностного метода Мак-Кормака [14] со схемой расщепления по пространственным направлениям [15]. Моноотонность решения достигалась с помощью применения схемы коррекции [17].

Программная реализация математической модели позволяет изучать плоские нестационарные течения неоднородных сред. В то же время за счет исключения компонентов системы уравнений возможно моделирование одномерных течений. Шаг по времени вычислялся исходя из условия Куранта – Фридрихса – Леви [14]. Алгоритм численного решения системы уравнений был реализован на языке Fortran. Численная модель неравновесной динамики газозвеси, основанная на явной схеме Мак-Кормака, была протестирована

сопоставлением результатов расчетов движения ударных волн по запыленным средам с известным из литературы численным решением, полученным методом крупных частиц [2, 10]. В статье [11] проведено сопоставление численных расчетов, полученных с помощью программного кода, реализующего численный алгоритм решения системы уравнений динамики монодисперсной газозвеси с результатами физического эксперимента по разлету сжатого объема газозвеси в чистый газ [18]. Сопоставление показало приемлемое соответствие экспериментальных данных и численных расчетов. В экспериментальной работе были выявлены количественные и качественные отличия ударно-волновой динамики газозвеси от результатов расчетов движения чистого газа, что также согласуется с рядом работ, посвященных численному моделированию течения запыленных сред.

Результаты

Расчетная область представляла собой канал длиной $L = 4$ м. В начальный момент времени канал был разделен на две части: при $x < L_1 = 3,3$ м параметры несущей и дисперсной компонент смеси составляли: $p = 588$ КПа, $\rho = 7,2$ кг/м³, $T = 293$ К, $\alpha_2 = 0$; при $x \geq L_1 = 3,3$ м: $p = 98$ КПа, $\rho = 1,2$ кг/м³, $T = 293$ К, $\alpha_2 = 0,001$. Предполагалось, что при $t > 0$ диафрагма, разделяющая канал, мгновенно разрушается и прямой скачок уплотнения газа распространяется из однородной среды в газозвесь, после чего отражается от твердой поверхности правой стенки канала и движется в обратном направлении. На твердых границах области для составляющих скорости несущей и дисперсной фазы задавались однородные граничные условия Дирихле, а для всех остальных функций – однородные граничные условия Неймана. На рис. 1 приведено пространственное распределение давления в падающей на поверхность ударной волне. Из рисунка следует, что уменьшение линейного размера твердых частиц в монодисперсной газозвеси приводит к уменьшению скорости распространения ударной волны по газозвеси. При отражении ударной волны от твердой поверхности в мелкодисперсной газозвеси давление оказывается выше, чем давление в отраженной ударной волне, рассчитанное аналитически для чистого газа при тех же параметрах волны (табл. 1), набегающей на стенку [19]. Выявленные особенности отражения ударной волны в запыленных средах можно объяснить тем, что наличие дисперсной фазы приводит к уменьшению скорости газа, вследствие чего происходит переход кинетической энергии движения несущей среды в потенциальную энергию (рис. 2). При одинаковом объемном содержании фракций уменьшение диаметра частиц приводит к уменьшению площади соприкосновения одиночной частицы с газом в квадратичной пропорции и увеличению количества частиц в кубической пропорции, тем самым при одинаковом объемном содержании увеличивается площадь межфазного взаимодействия.

Расчеты для давления газа в отраженной ударной волне в монодисперсных газозвесах с дисперсными фазами, имеющими различную «истинную плотность» материала, представлены на табл. 2. Расчеты проводились при объемном содержании дисперсной фазы $\alpha_2 = 0,001$ и диаметре частиц $d = 2$ мкм. Расчеты показывают, что в газозвесах, дисперсная фаза которых состоит из более плотных веществ, давление газа в отраженной ударной волне выше, а скорость движения отраженной ударной волны меньше.

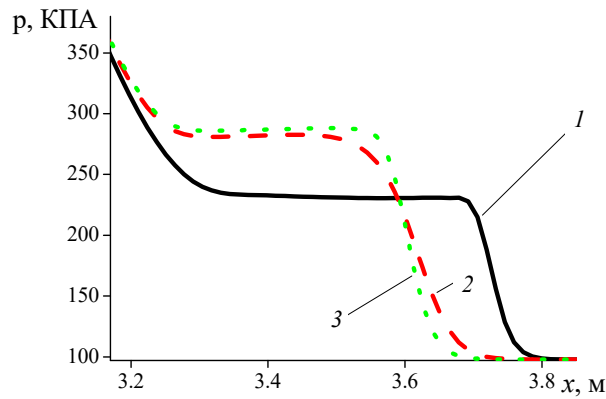


Рис. 1. Пространственное распределение давления газа в движущейся ударной волне в момент времени $t = 0,9$ мс: кривая 1 – численное решение для однородного вязкого газа; кривые 2, 3 – численные решения для газовзвесей с дисперсностью частиц $d = 20$ мкм и $d = 2$ мкм

Таблица 1

Максимальное давление в отраженной ударной волне

Чистый газ	$p = 592$ КПа
Газовзвесь с диаметром частиц 200 мкм	$p = 610$ КПа
Аналитическое решение для чистого газа	$p = 611$ КПа
Газовзвесь с диаметром частиц 20 мкм	$p = 613$ КПа
Газовзвесь с диаметром частиц 2 мкм	$p = 624$ КПа

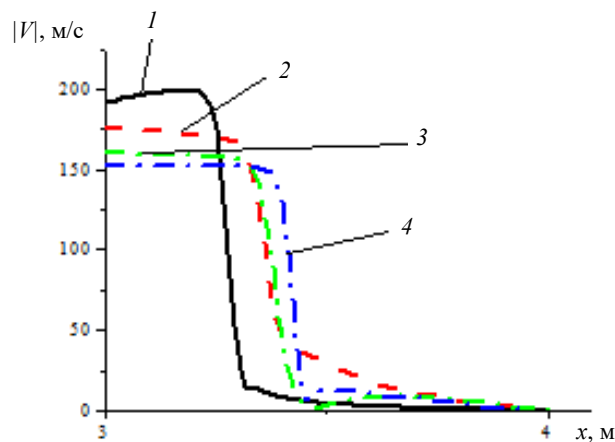


Рис. 2. Пространственное распределение модуля вектора скорости газа в отраженной ударной волне в момент времени $t = 2$ мс; кривые: 1 – численное решение для однородного газа; 2 – численное решение для газовзвеси с размером частиц 200 мкм; 3 – численное решение для газовзвеси с размером частиц 20 мкм; 4 – численное решение для газовзвеси с размером частиц 2 мкм

В процессе движения ударной волны из чистого газа в газовзвесь вследствие эффекта «сгребания» происходит формирование области с повышенной концентрацией частиц дисперсной фазы [2]. При движении ударной

волны к правой стенке канала концентрация частиц достигает своего наибольшего значения непосредственно вблизи поверхности, от которой происходит отражение волны. После отражения ударной волны от поверхности дисперсная фаза движется в направлении потока газа – от стенки в направлении камеры низкого давления. Вследствие этого, по мере движения отраженной волны, происходит уменьшение концентрации частиц вблизи поверхности, от которой происходит отражение ударной волны. Численные расчеты при различных плотностях материала частиц показывают, что на момент формирования отраженной ударной волны массоперенос твердой компоненты, состоящей из более плотных веществ, в направлении движения отраженной ударной волны происходит медленнее (рис. 3).

Таблица 2

Максимальное давление в отраженной ударной волне
для газозвесей с различными плотностями дисперсной фазы

«Истинная плотность» вещества дисперсной фазы	Максимальное давление в отраженной ударной волне	Скорость движения отраженной ударной волны по отношению к скорости движения отраженной ударной волны в численном решении для чистого газа – θ_{cg}
$\rho_{20} = 1848 \text{ кг/м}^3$	$p = 608 \text{ КПа}$	$\theta = 0,92 \theta_{cg}$
$\rho_{20} = 2500 \text{ кг/м}^3$	$p = 624 \text{ КПа}$	$\theta = 0,83 \theta_{cg}$
$\rho_{20} = 7800 \text{ кг/м}^3$	$p = 791 \text{ КПа}$	$\Theta = 0,5 \theta_{cg}$

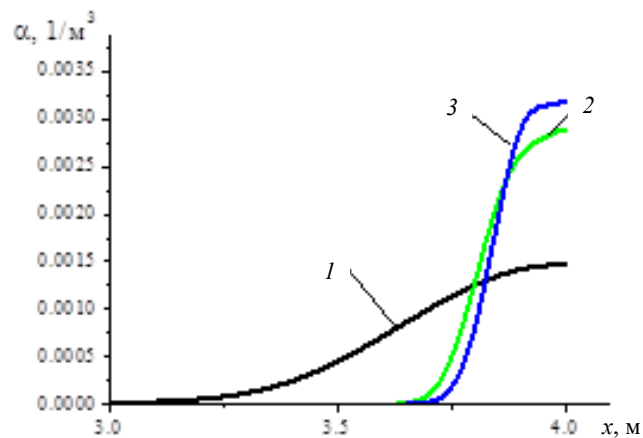


Рис. 3. Пространственное распределение объемного содержания дисперсной фазы монодисперсной газозвесей, состоящей из различных веществ с физической плотностью частиц: $\rho_{20} = 600 \text{ кг/м}^3$ – кривая 1; $\rho_{20} = 2500 \text{ кг/м}^3$ – кривая 2; $\rho_{20} = 7800 \text{ кг/м}^3$ – кривая 3. Момент времени $t = 2,3 \text{ мс}$

В результате в газозвесах с более плотным материалом дисперсных включений наблюдается большее объемное содержание твердой фазы вблизи поверхности, от которой отражается ударная волна. Наличие большей концентрации частиц твердой фазы приводит к большей интенсивности межфаз-

ного взаимодействия, замедлению движения несущей среды и переходу кинетической энергии газа в потенциальную энергию. Математическая модель динамики полидисперсной гетерогенной смеси позволяет исследовать влияние закономерностей, выявленных в динамике монодисперсных запыленных сред на динамику газовзвесей, твердая фаза которых состоит из фракций с различными размерами или отличающихся плотностью дисперсных включений. Ниже представлены расчеты динамики полидисперсной газовзвеси

с объемным содержанием дисперсной фазы $\alpha = \sum_{i=1}^n \alpha_i = 0,001$. Предполагает-

ся, что плотность материала частиц одинакова $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$, в то время как фракции дисперсной фазы отличаются размером. Наличие в твердой фазе фракции мелкодисперсных частиц приводит к формированию отраженной ударной волны большей интенсивности и меньшей скорости распространения (рис. 4). Можно отметить, что скорости распространения отраженных ударных волн в двухфракционных газовзвесах с разными размерами фракций различаются. Для смеси фракций с размерами частиц $d_1 = 20 \text{ мкм}$ и $d_2 = 10 \text{ мкм}$ эта скорость составляет $\theta = 0,72 \theta_m$, тогда как для смеси с размерами фракций $d_1 = 20 \text{ мкм}$ и $d_2 = 2 \text{ мкм}$ величина составляет $\theta = 0,44 \theta_m$ от скорости движения отраженной ударной волны в монодисперсной газовзвеси.

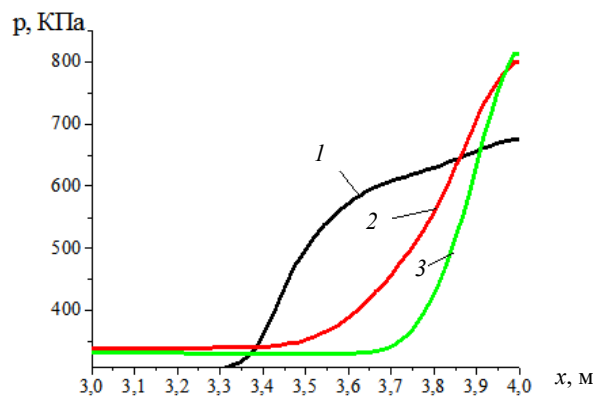


Рис. 4. Численное решение для давления в отраженной ударной волне; кривые: 1 – монодисперсная газовзвесь с размером частиц 20 мкм; 2 – бидисперсная газовзвесь с размерами частиц $d_1 = 20$, $d_2 = 10$ мкм; 3 – бидисперсная газовзвесь с размерами частиц $d_1 = 20$, $d_2 = 2$ мкм. Момент времени $t = 2,3 \text{ мс}$

На рис. 5 представлены результаты расчетов отраженной ударной волны в полидисперсной газовзвеси с размером дисперсных включений $d = 2 \text{ мкм}$, твердая компонента которой состоит из четырех фракций с различной физической плотностью частиц: $\rho_{20} = 600 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{30} = 1850 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{40} = 2500 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{50} = 19250 \text{ кг/м}^3$; а также в монодисперсной газовзвеси с размером частиц $d = 2 \text{ мкм}$, включающей в себя кварцевые частицы с физической плотностью материала $\rho_{20} = 2500 \text{ кг/м}^3$. Из расчетов следует, что наличие в газовзвеси с одинаковым размером дисперсных включений фракции частиц из очень плотного материала приводит к образованию отраженной ударной волны с существенно большей интенсивностью давления: $p = 659 \text{ КПа}$ в по-

лидисперсной газозвеси с фракцией тяжелых частиц и 624 КПа в монодисперсной газозвеси с кварцевыми частицами соответственно. Скорость движения отраженной ударной волны в полидисперсной газозвеси с тяжелой фракцией составляет $\theta = 0,75\theta_m$ от скорости движения отраженной ударной волны в газозвеси с твердой фазой, состоящей из монодисперсных частиц кварца.

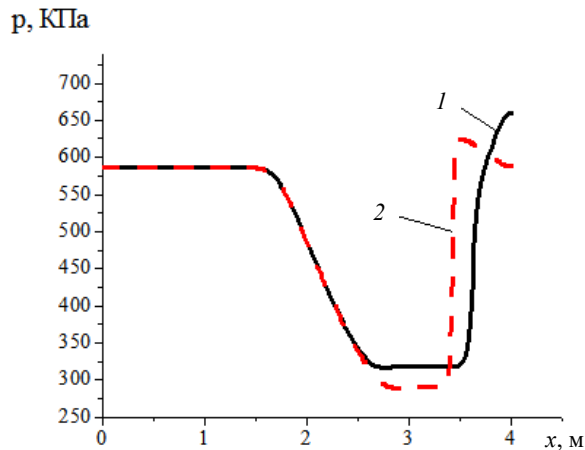


Рис. 5. Пространственное распределение давления газа в численном решении для полидисперсной газозвеси, состоящей из частиц с физической плотностью $\rho_{20} = 600 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{30} = 1850 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{40} = 2500 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{50} = 19250 \text{ кг/м}^3$ в одинаковых пропорциях – кривая 1; для монодисперсной газозвеси состоявшей из частиц с физической плотностью $\rho_{20} = 2500 \text{ кг/м}^3$ – кривая 2. Момент времени $t = 2,5 \text{ мс}$

В приведенных выше расчетах предполагалось, что все фракции дисперсной фазы в начальный момент времени имеют равномерное распределение. Предположим, что в камере низкого давления содержится двухфракционная газозвесь, имеющая в своем составе фракции с дисперсностями $d_1 = 2 \text{ мкм}$ и $d_2 = 40 \text{ мкм}$. Начальное объемное содержание каждой фракции дисперсной фазы одинаково $\alpha_{10} = \alpha_{20} = 0,0005$. Так как скорость осаждения пропорциональна квадрату диаметра сферических частиц [3], то за некоторый период времени, предшествующий разрыву мембраны, отделяющей камеру высокого давления от камеры низкого давления, крупнодисперсные частицы успевают частично осесть, в то время как мелкодисперсная фракция сохраняет более равномерное распределение. Пусть к моменту разрыва мембраны объемное содержание крупнодисперсной фракции в камере высокого давления подчиняется следующему закону: $\alpha_2(x, y) = 0$ при $0,05 < y < 0,1$; $\alpha_2(x, y) = \alpha_{20}(a - by)$ при $y < 0,05$. На рис. 6 представлено пространственное распределение средней плотности дисперсной фазы в один из моментов времени. Можно отметить сформировавшееся неравномерное распределение концентрации частиц твердой фазы вдоль поперечной оси.

На рис. 7 представлено сопоставление расчетов давления в отраженной ударной волне, полученных без учета осаждения крупнодисперсной фазы (кривая 1) и с учетом осаждения частиц крупной фракции. В случае осаждения фазы крупнодисперсных частиц отраженная от твердой поверхности ударная волна имеет скорость движения $\theta = 1,22\theta_{2,40}$ от скорости движения

ударной волны в двухфракционной газозвеси с равномерно распределенными фракциями.

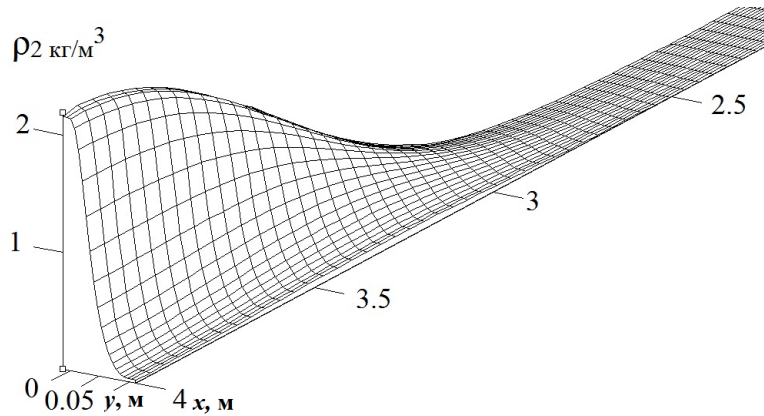


Рис. 6. Пространственное распределение средней плотности дисперсной фазы в момент времени $t = 2,6$ мс

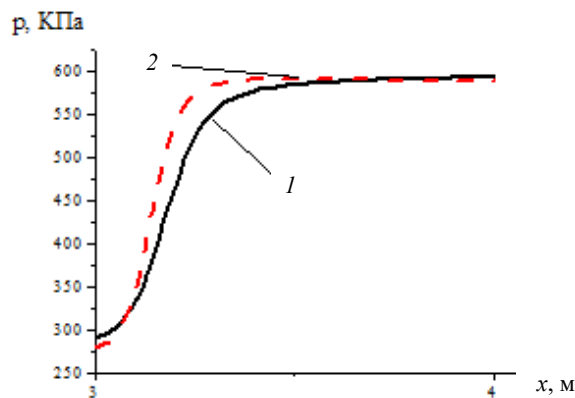


Рис. 7. Пространственное распределение давления на оси канала ($y = h/2$) в отраженной ударной волне, полученное с учетом гравитационного осаждения фракции крупнодисперсных частиц – кривая 2 и без учета осаждения частиц крупной фракции – кривая 1. Момент времени $t = 2,6$ мс

Закключение

Анализ результатов численных расчетов показал, что в монодисперсных газозвезях на динамику ударных волн имеет влияние не только уменьшение размера дисперсных включений, но и увеличение плотности материала частиц. При увеличении плотности вещества дисперсной фазы происходит замедление движения отраженной волны и рост давления газа, что аналогично влиянию уменьшения линейного размера дисперсных включений. Интенсивность и скорость движения отраженной волны в полидисперсной газозвеси, в которой фракции твердой фазы имеют сопоставимые объемные содержания, определяется наличием фракции частиц из более плотного материала при одинаковом размере дисперсных включений или же, в случае, когда

частицы состоят из одинакового вещества, наличием фракции дисперсной фазы с меньшим размером дисперсных включений. Описание движения ударной волны в двухфракционных газовзвесьях с применением двумерной модели процесса позволяет учесть эффекты, связанные с осаждением и неравномерным распределением дисперсной фазы поперек канала.

Библиографический список

1. **Нигматулин, Р. И.** Динамика многофазных сред / Р. И. Нигматулин. – Москва : Наука, 1987. – Ч. 1. – 464с.
2. **Кутушев, А. Г.** Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах / А. Г. Кутушев – Санкт-Петербург : Недра, 2003. – 284 с.
3. **Стернин, Л. Е.** Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами / Л. Е. Стернин. – Москва : Машиностроение, 1980. – 176 с.
4. **Федоров, А. В.** Волновые процессы в газовзвесьях частиц металлов / А. В. Федоров, В. М. Фомин, Т. А. Хмель. – Новосибирск : Параллель, 2015. – 301 с.
5. **Verevkin, A. A.** There are no two-phase hypersonic shock tunnels for the dispersed phase / A. A. Verevkin, Y. M. Tsirkunov // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2008. – Vol. 49, № 5. – P. 789–798.
6. **Varaksin, A. Y.** Analysis of the deposited processes of solid particles / A. Y. Varaksin, M. V. Protasov, V. P. Yatsenko // High Temperature. – 2013. – Vol. 51, № 5. – P. 665–672.
7. **Glazunov, A. A.** Numerical investigation of the flow of ultradisperse particles of the aluminum oxide in the solid-fuel rocket engine nozzle / A. A. Glazunov, N. N. Dyachenko, L. I. Dyachenko // Thermophysics and Aeromechanics. – 2013. – Vol. 20, № 1. – P. 79–86.
8. **Арефьев, К. Ю.** Расчетное исследование особенностей дробления и испарения капель в газодинамических течениях с циклическими ударными волнами / К. Ю. Арефьев, А. В. Воронежский, С. А. Сучков // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2015. – № 10. – С. 17–30.
9. **Hishida, M.** Fundamentals of rotating detonations / M. Hishida, T. Fujiwara, P. Wolanski // Shock Waves. – 2009. – Vol. 19, iss. 1. – P. 1–10.
10. **Gubaidullin, D. A.** Numerical research of evolution of the shock wave in gas-particles suspension with account uneven distribution of particles / D. A. Gubaidullin, D. A. Tukmakov // Mathematical Models and Computer Simulations. – 2015. – Vol. 7, № 3. – P. 246–253.
11. **Nigmatulin, R. I.** Shock wave dispersion of gas – particle mixtures / R. I. Nigmatulin, D. A. Gubaidullin, D. A. Tukmakov // Doklady Physics. – 2016. – Vol. 61, № 2. – P. 70–73.
12. **Tukmakov, D. A.** Numerical study of polydisperse aerosol dynamics with the drops destruction / D. A. Tukmakov // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2019. – Vol. 40, № 6. – P. 824–827.
13. **Тукмаков, Д. А.** Численное исследование влияния электрического заряда дисперсной фазы на параметры отражения ударной волны при распространении ударных волн из запыленных сред в однородный газ / Д. А. Тукмаков // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2019. – № 4 (52). – С. 121–131.
14. **Fletcher, C. A.** Computation Techniques for Fluid Dynamics / C. A. Fletcher. – Berlin : Springer-Verlag, 1988. – 502 p.
15. **Ковеня, В. М.** Применение метода расщепления в задачах аэродинамики / В. М. Ковеня, Г. А. Тарнавский, С. Г. Черный. – Новосибирск : Наука. Сибир. отд., 1990. – 247 с.

16. **Тукмаков, А. Л.** Computer simulation of the liquid channel caused by the resonance of the open channel / A. L. Tukmakov // *Acoustical Physics*. – 2009. – Vol. 55, № 2. – P. 253–260.
17. **Музафаров, И. Ф.** Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа / И. Ф. Музафаров, С. В. Утюжников // *Математическое моделирование*. – 1993. – Т. 5, № 3. – С. 74–83.
18. Ударные волны при разлете сжатого объема газовзвеси твердых частиц / Б. Е. Гельфанд, А. В. Губанов, С. П. Медведев, С. А. Цыганов, Е. И. Тимофеев // *Доклады Академии наук СССР*. – 1985. – Т. 281, № 5. – С. 1113–1116.
19. **Овсянников, Л. В.** Лекции по основам газовой динамики / Л. В. Овсянников. – Москва : Институт компьютерных исследований, 2003. – 336 с.

References

1. Nigmatulin R. I. *Dinamika mnogofaznykh sred* [The dynamics of multiphase media]. Moscow: Nauka, 1987, part 1, 464 p. [In Russian]
2. Kutushev A. G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh protsessov v aero-dispersnykh i poroshkoobraznykh sredakh* [Mathematical modeling of wave processes in aero-dispersed and powdery media]. Saint-Petersburg: Nedra, 2003, 284 p. [In Russian]
3. Sternin L. E. *Dvukhfaznye mono- i polidispersnye techeniya gaza s chastitsami* [Two-phase mono- and polydisperse gas flows with particles]. Moscow: Mashinostroenie, 1980, 176 p. [In Russian]
4. Fedorov A. V., Fomin V. M., Khmel' T. A. *Volnovye protsessy v gazovzvesyakh chastits metallov* [Wave processes in gas-suspended particles of metals]. Novosibirsk: Parallel', 2015, 301 p. [In Russian]
5. Verevkin A. A., Tsirkunov Y. M. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2008, vol. 49, no. 5, pp. 789–798.
6. Varaksin A. Y., Protasov M. V., Yatsenko V. P. *High Temperature*. 2013, vol. 51, no. 5, pp. 665–672.
7. Glazunov A. A., Dyachenko N. N., Dyachenko L. I. *Thermophysics and Aeromechanics*. 2013, vol. 20, no. 1, pp. 79–86.
8. Arefev K. Yu., Voronetskiy A. V., Suchkov S. A. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [University proceedings. Machine-building]. 2015, no. 10, pp. 17–30. [In Russian]
9. Hishida M., Fujiwara T., Wolanski P. *Shock Waves*. 2009, vol. 19, iss. 1, pp. 1–10.
10. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2015, vol. 7, no. 3, pp. 246–253.
11. Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. *Doklady Physics*. 2016, vol. 61, no. 2, pp. 70–73.
12. Tukmakov D. A. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2019, vol. 40, no. 6, pp. 824–827.
13. Tukmakov D. A. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* [University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences]. 2019, no. 4 (52), pp. 121–131. [In Russian]
14. Fletcher C. A. *Computation Techniques for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer-Verlag, 1988, 502 p.
15. Kovenya V. M., Tarnavskiy G. A., Chernyy S. G. *Primenenie metoda rasshchepleniya v zadachakh aerodinamiki* [Application of the splitting method in aerodynamics issues]. Novosibirsk: Nauka. Sibir. otd., 1990, 247 p. [In Russian]
16. Tukmakov A. L. *Acoustical Physics*. 2009, vol. 55, no. 2, pp. 253–260.
17. Muzafarov I. F., Utyuzhnikov S. V. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical modeling]. 1993, vol. 5, no. 3, pp. 74–83. [In Russian]

18. Gel'fand B. E., Gubanov A. V., Medvedev S. P., Tsyganov S. A., Timofeev E. I. *Doklady Akademii nauk SSSR* [Reports of the USSR Academy of Sciences]. 1985, vol. 281, no. 5, pp. 1113–1116. [In Russian]
19. Ovsyannikov L. V. *Lektsii po osnovam gazovoy dinamiki* [Lectures on the basics of gas dynamics]. Moscow: Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2003, 336 p. [In Russian]
-

Тукмаков Дмитрий Алексеевич

кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник, Федеральный
исследовательский центр «Казанский
научный центр Российской академии
наук» (Россия, г. Казань,
ул. Лобачевского, 2/31)

E-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru

Tukmakov Dmitriy Alekseevich

Candidate of physical and mathematical
sciences, researcher, Federal Research
Center “Kazan Scientific Center
of the Russian Academy of Sciences”
(2/31, Lobachevskogo street, Kazan,
Russia)

Образец цитирования:

Тукмаков, Д. А. Численное исследование влияния свойств дисперсной фазы на параметры отражения ударной волны от твердой поверхности в моно- и полидисперсной газовзвеси / Д. А. Тукмаков // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2020. – № 1 (53). – С. 61–72. – DOI 10.21685/2072-3040-2020-1-5.